

## 練習 43

(1)

別解

 $k=1,2,\dots,n$  のとき $X=k$  となる確率

$$\frac{1}{2n} \quad \dots \textcircled{1}$$

 $1 \leq X \leq k-1$  となる確率

$$\frac{k-1}{2n} \quad \dots \textcircled{2}$$

 $Y=k$  となる確率引いたカードの番号を  $N$  とすると, $Y=k$  となるのは  $N=k$  または  $2n-N=k$  より  $N=2n-k$ 

$$\text{よって, } \frac{2}{2n} = \frac{1}{n} \quad \dots \textcircled{3}$$

 $1 \leq Y \leq k-1$  となる確率引いたカードの番号を  $N$  とすると, $1 \leq N \leq k-1$  または  $1 \leq 2n-N \leq k-1$  より  $2n-k+1 \leq N \leq 2n-1$ 

$$\text{よって, } \frac{\{(k-1)-1+1\} + \{(2n-1)-(2n-k+1)+1\}}{2n} = \frac{k-1}{n} \quad \dots \textcircled{4}$$

求める確率は、(①かつ③) または (①かつ④) または (②かつ③) となる確率だから、

$$P(Z=k) = \frac{1}{2n} \cdot \frac{1}{n} + \frac{1}{2n} \cdot \frac{k-1}{n} + \frac{k-1}{2n} \cdot \frac{1}{n} = \frac{2k-1}{2n^2}$$

補足

②と④は、 $1,2,\dots,k-1,k,\dots,n-2,n-1,n,n-1,n-2,\dots,k,k-1,\dots,2,1$  から容易に推測できる。